

# 11.Reinforcement Learning

## 強化学習

60040130  
渡辺秀臣

# 目次

- 11.1 Introduction
- 11.2 Markov Decision Process
- 11.3 The Core Idea: Policy Improvement
- 11.4 Q-Learning
- 11.5 Temporal-Difference Learning
- 11.6 Learning with a Teacher
- 11.7 Partially Observable MDPs
  - 11.7.1 Avoiding Bad States
  - 11.7.2 Learning State Information from Temporal Sequences
  - 11.7.3 Distinguishing the Value of States
- 11.8 Summary

# 目次

- 11.1 紹介
- 11.2 マルコフ決定過程
- 11.3 方策改善
- 11.4 Q 学習
- 11.5 TD 学習
- 11.6 教師との学習
- 11.7 部分観測マルコフ決定過程
  - 11.7.1 悪い状態を回避
  - 11.7.2 時間的順序からの状態情報での学習
  - 11.7.3 状態価値を区別する
- 11.8 まとめ

# キーワード

エージェント (agent)

環境 (world)

状態価値関数 (State-Value function)

行動価値関数 (Action-Value function)

報酬 (reward)

収益 (return)

方策 (policy)

# 11.1 紹介

前章までのマルコフモデル

- ・環境が変化すると、行動のモデル化は不可能

環境変化対応型に拡張

**MDP(Markov Decision Process**

**マルコフ決定過程)**

# 行動についての3要素

1. 行動結果は演繹的にわからないかもしれない
2. 行動価値は実験からわかる
3. 行動価値を求めるには報酬遅延により困難

# ポールバランスング

1. モデル(運動方程式)はわからないが  
加える力とその結果を観測する事で学習可能
2. 行動の有用性は試行と観測により学習可能
3. 制御方策の成功と失敗は直ぐにはわからない  
(失敗)ポールが平行か台車がぶつかる  
(成功)ポールが垂直になる

# 強化学習

## 特徴

- 遅延報酬を扱う
- 離散的な状態空間(環境モデル)を作る
- ある状態から行動し、その報酬の可能性を反映する各状態の有用性を関連する

## 有用性(価値)の計算について

ヒューリスティック関数との違いは  
強化学習では、経験ではなく繰り返し試行  
により計算できると仮定している

# これからのあらすじ

## 11. 2

強化学習の設計方法と  
迷路探索とポールバランシングの例を使い  
そのアプローチについて

## 11. 3

強化学習の数学的基礎と方策改善について

## 11. 4

Q 学習について

## 11. 5

TD-gammon について

# これからのあらすじ

## 11.6

学習に教師をつけることで計算時間を短縮できる事について

(1) 批評家 (critic)

エージェントの行為を見て  
重要な接点で報酬を補充する

(2) 実演者 (demonstrator)

個々のステップに実行する事で  
問題解決を説明する

# これからのあらすじ

11.7

HMM を扱う

**Partially Observable MDP**

(部分観測マルコフ決定過程) について

決定が曖昧になる状態空間の困難な部分  
を避ける事について(例: カラーブロック問題)

行動と報酬の履歴による学習

Nearest Sequence Memory

Utile Distinction Memory

# 11.2 MDP( マルコフ決定過程 )

## 特徴

- ・決定が現状態のみ依存
- ・離散時間
- ・報酬または罰を受ける世界

- $X_t$  : ランダムに選ばれるシステム上で可能な状態  
 $x_t$  : 実際の状態  
 $R_t$  : ランダムに選ばれるシステム上で可能な報酬  
 $r_t$  : 実際の報酬  
 $u_t$  : エージェントが選んだ行動

## 状態遷移

$$T(x_t, u_t) = X_{t+1}$$
$$P_{xy} = Pr[T(x, u) = y]$$

各状態と行動のペアの価値＝報酬の期待値

$$p(x_t, u_t) = E(R_t)$$

この価値関数から  
価値が最大となる行動を選ぶ事で  
合理的な方策が導かれる

# 例 迷路探索

目的

各状態においてエージェントがゴールに向けて一番良い行動を特定するような方策を学習する事

$$R(x_t) = \begin{cases} 100 & x_t = 10 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

$$T(x_t, u_t)$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N	2	2	3	4	5	4	6	8	9	8
E	1	3	4	5	5	6	8	9	9	10
S	1	2	3	6	5	7	7	10	9	10
W	1	2	2	3	4	6	7	7	8	10

# 例 ポールバリタシグ

## 11.3 方策改善

強化学習が動く理由  
居所的に改善可能

局所的な改善  
マルコフ特性により  
各状態での行動は現状態と  
その状態から有効な状態へ遷移できる状態の  
知識に依存して選択される

# DP と強化学習

## DP

- 状態空間の中を一度逆に戻る
- 入力は最終状態と制御
- ダイナミクスは直前の状態で行う事を返す

## 強化学習

- ダイナミクスはわからない
- 前方への試行でダイナミクスを学習する
- 方策を学習するための反復が重要になる

# 方策改善定義

$f$  : 方策 (policy)

$Q(x, u)$ : 行動価値関数

状態価値関数は次のように表される

$$V_f(x) = \max_u [Q(x, u)]$$

方策改善定義は

$$Q[x, g(x)] \geq V_f(x) \quad \text{then}$$

$$V_g(x) \geq V_f(x)$$

# 11.4 Q 学習 (Q-Learning)

未来に得られる報酬を割り引いた収益

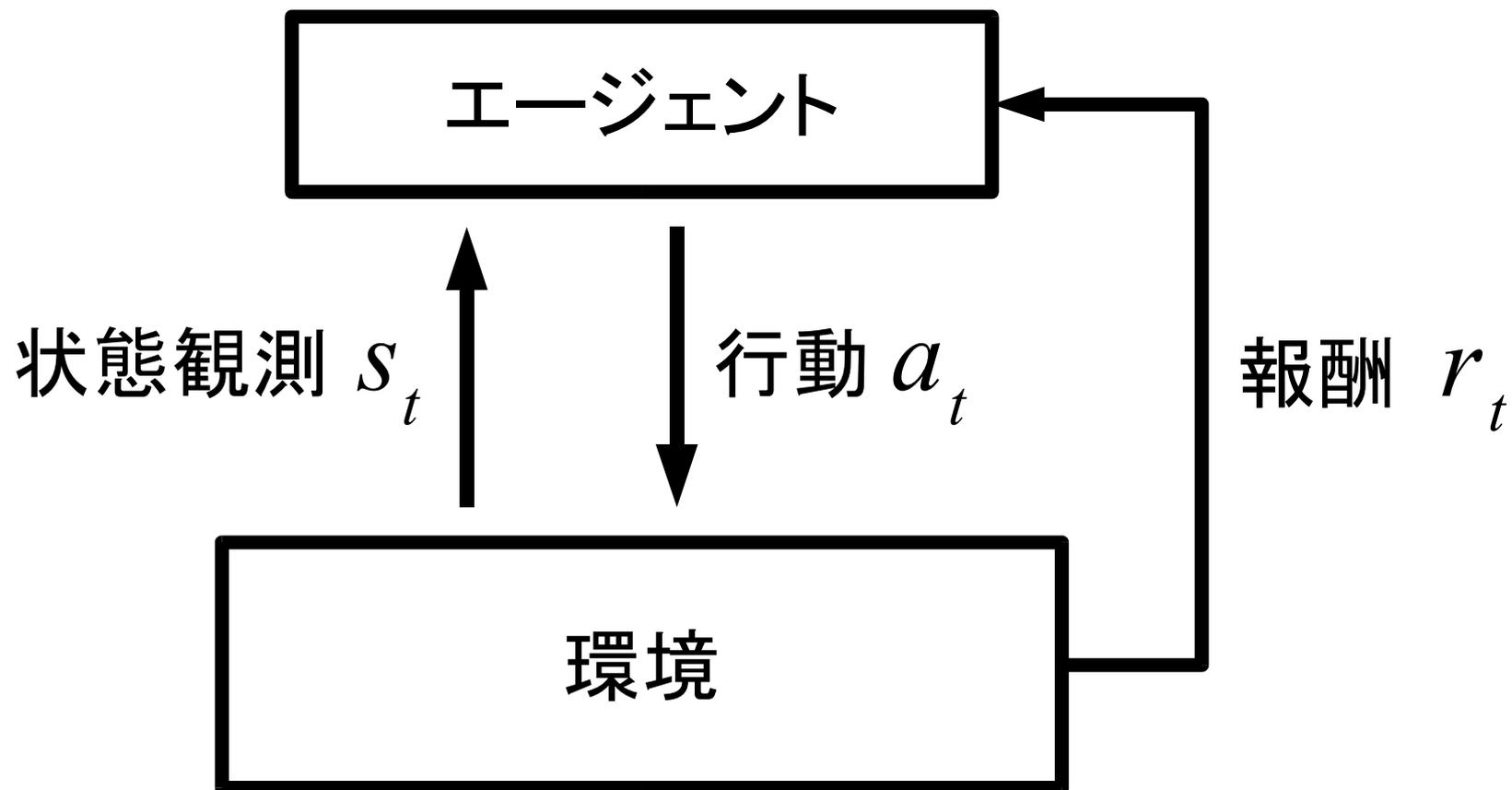
$$\sum_{t=0}^n \gamma^t r_t \quad 0 \leq \gamma \leq 1$$

行動価値関数の更新  
(n=1:One-Step Q 学習)

$$\begin{aligned} Q^{new}(x, u) \\ = (1 - \eta) Q^{old}(x, u) + \eta \{ r + \gamma Q^{old}[x', f(x')] \} \end{aligned}$$

# One-Step Q 学習アルゴリズム

# 強化学習の枠組み



# Q 学習

収益(報酬の期待値)

$$R_t = r_t + \gamma r_{t+1} + \gamma^2 r_{t+2} + \dots = \sum_{\tau=0}^{\infty} \gamma^{\tau} r_{t+\tau}$$

$\gamma (0 \leq \gamma \leq 1)$  : 割引率

行動価値関数の更新  
(1ステップ: Q 学習)

$$R_t = r_t + \gamma r_{t+1}$$

$$Q^{new} \leftarrow Q^{old} + \eta \{ R_t - Q^{old} \}$$

$\eta (0 \leq \eta \leq 1)$  : 学習率

# 行動価値関数の更新

$$R_t = r_t + \gamma \underline{r_{t+1}}$$

$$f(x) = \underset{a}{\operatorname{arg\,max}} Q(x, u)$$

$$r_{t+1} = Q[x', f(x')]$$

$$Q^{new}(x, u)$$

$$\leftarrow Q^{old}(x, u) + \eta \{ r + \gamma Q^{old}[x', f(x')] - Q^{old}(x, u) \}$$

$$= (1 - \eta) Q^{old}(x, u) + \eta \{ r + \gamma Q^{old}[x', f(x')] \}$$

# Q 学習のアルゴリズム

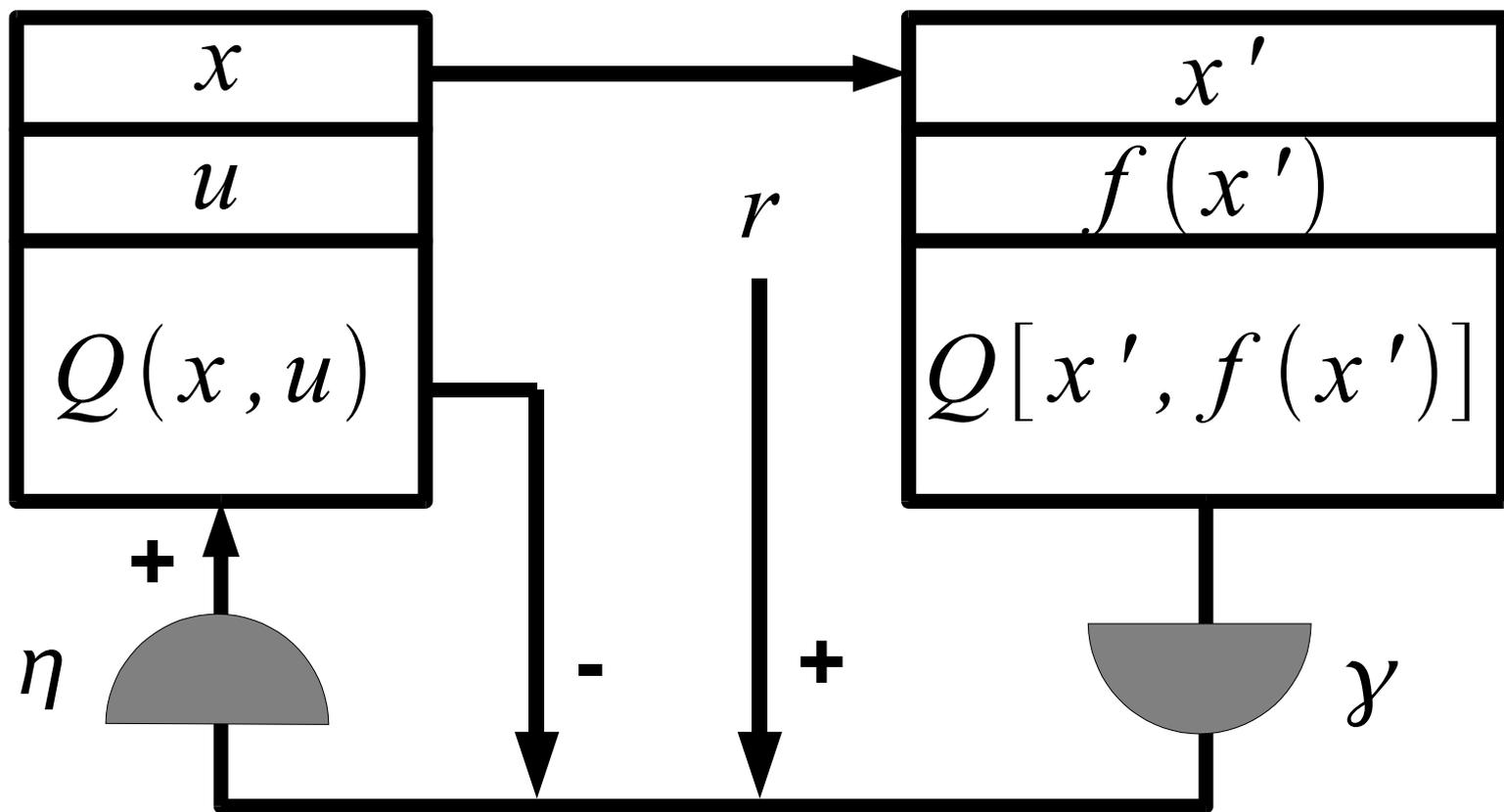
1. 状態観測を  $x$  に代入
2. 状態  $x$  からの行動を方策  $f$  に従ってを選ぶか  
または、ランダムに選ぶ
3. 行動結果を観測して  $x'$  に代入し、その時の報酬を  $r$  に代入
4. 行動価値関数の更新

$$Q^{new}(x, u) = (1 - \eta) Q^{old}(x, u) + \eta \{ r + \gamma Q^{old}[x', f(x')] \}$$

5. 方策の更新

$$f(x) = \arg \max_u Q(x, u)$$

# 更新の様子



$$Q^{new}(x, u)$$

$$\leftarrow Q^{old}(x, u) + \eta \{ r + \gamma Q^{old}[x', f(x')] - Q^{old}(x, u) \}$$

$$= (1 - \eta) Q^{old}(x, u) + \eta \{ r + \gamma Q^{old}[x', f(x')] \}$$

# 11.5 TD 学習 (Temporal-Difference Learning)

## Q 学習の問題点

- ・初めの方の実験が無駄になる
- ・最後から2番目の実験の影響が大きい

## TD 学習の目的

無矛盾な予測を作ろうとするシステムを持つ事

# 本書での TD 学習アルゴリズム

本書での TD 学習アルゴリズムは  
TD( $\lambda$ ) アルゴリズムの後方観測的な見方で  
多層ニューラルネットを適応させて  
誤差逆伝播法(関数近似は最急降下法)で  
ステップ事に重みを更新して  
状態価値関数  $V$  の最適解を学習する事

# TD( $\lambda$ ) 学習

収益

$$R_t = r_t + \gamma r_{t+1} + \gamma^2 r_{t+2} + \dots = \sum_{\tau=0}^{\infty} \gamma^\tau r_{t+\tau}$$

n ステップ収益

$$R_t^{(n)} = r_t + \gamma r_{t+1} + \gamma^2 r_{t+2} + \dots + \gamma^{n-1} r_{t+n-1} + \gamma^n V(s_{t+n})$$

$\lambda$  収益

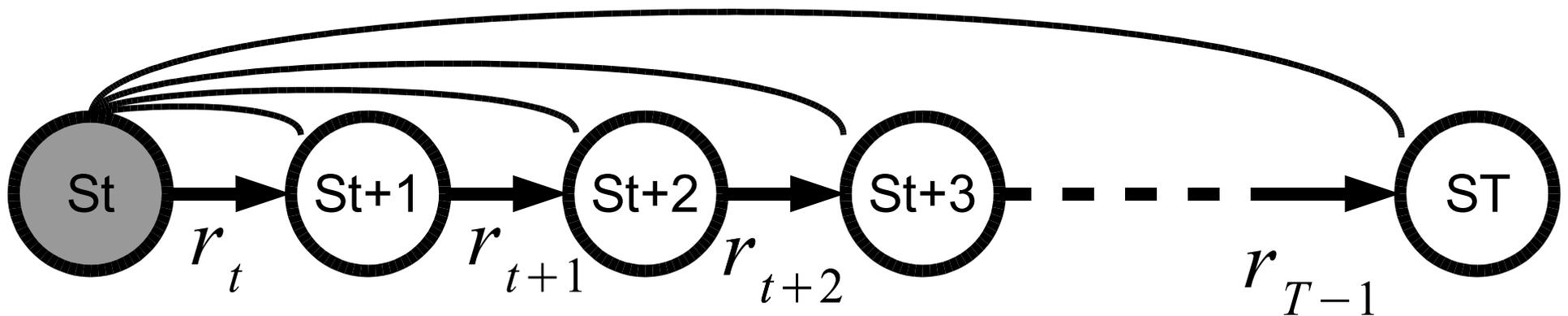
$$\begin{aligned} R_t^\lambda &= (1-\lambda) \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^{n-1} R_t^{(n)} \\ &= (1-\lambda) \sum_{n=1}^{T-t-1} \lambda^{n-1} R_t^{(n)} + \lambda^{T-t-1} R_t \end{aligned}$$

# 前方観測的な見方

(理想的)

更新

$$V(s_t) \leftarrow V(s_t) + \eta [R_t^\lambda - V(s_t)]$$



# 後方観測的な見方

(技法的)

適格度トレース

$$e_t(s) = \begin{cases} \gamma \lambda e_{t-1} & \text{if } s \neq s' \\ \gamma \lambda e_{t-1} + 1 & \text{if } s = s' \end{cases}$$

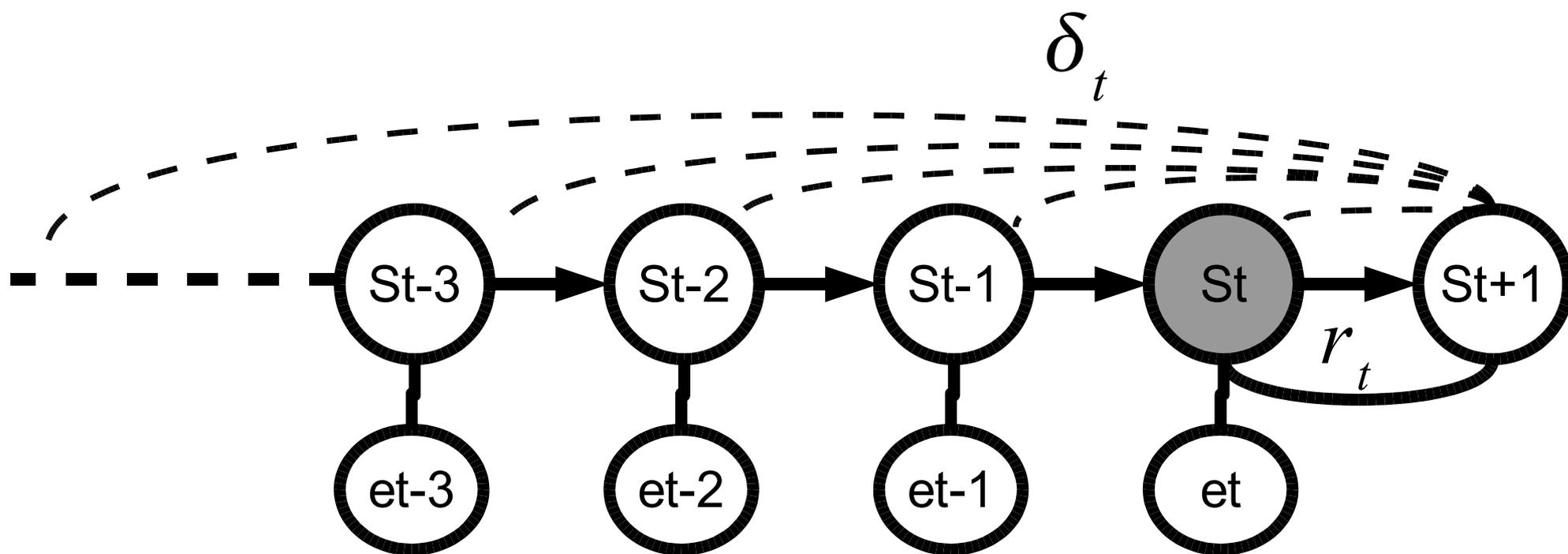
TD 誤差

$$\delta_t = r_t + \gamma V(s_{t+1}) - V(s_t)$$

更新

$$V(s) \leftarrow V(s) + \eta \delta_t e_t(s) \quad \text{for } \forall s \in S$$

# 後方観測的見方の様子



# TD-gammon

## バックギャモンのネットワークについて

入力ユニット数: 198

盤面の各ポイントに対して

4個ユニットを割り当て

白の駒がなければ4個全ての値は0

白の駒が1個あると最初のユニットの値が1

白の駒が2個あると最初と2番目のユニットの値が1

白の駒が3個あると最初の3個のユニットの値は1

$n > 3$  の時は4番目のユニットに  $(n-3)/2$  の値が入る

24個のポイントに対して白と黒で4ユニット = 192

付加ユニット(合計6個)

2個: 白と黒でバーの上に  $n$  個ある場合  $n/2$  の値が入る

2個: 白と黒で盤面外に  $n$  個ある場合  $n/15$  の値が入る

2個: どちらかの番かを2値化

# 関数近似による価値予測

## 目的

最適方策  $\pi$  による状態価値関数  $V^\pi$  を求める

## 注意

状態価値関数  $V$  は  $\omega$  をベクトルとする関数の形で新しく表現し、 $V$  は  $\omega$  に依存する

$\omega$  を結合荷重とするニューラルネットで表現すれば任意の  $V$  を求める事ができる

## 最急降下法

$$\omega' = \omega - \eta \frac{\partial J}{\partial \omega}$$

$$J = \frac{1}{2} \sum_s (V^\pi(s) - V(s))^2$$

$J$  も  $\omega$  に依存した関数

$$\frac{\partial J}{\partial \omega} = -[V^\pi - V] \frac{\partial V}{\partial \omega}$$

$$\begin{aligned}\Delta \omega &= \omega' - \omega = -\eta \frac{\partial J}{\partial \omega} \\ &= \eta [V^\pi - V] \frac{\partial V}{\partial \omega}\end{aligned}$$

最急降下法は勾配  $\frac{\partial V}{\partial \omega}$  を使って  $\omega$  の更新を繰り返すことで状態間での誤差を均衡化し局所最適解  $V$  を求める

$V^\pi$  が未知のままでは更新ができないので  
真の価値を近似した  $v_t$  を使う

$$\Delta \omega = \eta [v_t - V_t] \frac{\partial V_t}{\partial \omega}$$

収束性

$v_t$  に偏りがない場合  
確率近似の条件に従って  $\eta$  を減少させる事で  
 $\omega$  は収束する事が保証される

この  $\omega$  の更新に TD( $\lambda$ ) の後方観測的見方を  
適応すると

$$\Delta \omega = \eta \delta_t e_t$$

$$\delta_t = r_t + \gamma V_{t+1} - V_t$$

$$e_t = \gamma \lambda e_{t-1} + \frac{\partial V_t}{\partial \omega} \quad (\text{ここでの } e_t \text{ はベクトル})$$

$$= \sum_{k=0}^t (\gamma \lambda)^{(t-k)} \frac{\partial V_t}{\partial \omega}$$

$$\Delta \omega = \eta (r_t + \gamma V_{t+1} - V_t) \sum_{k=0}^t (\gamma \lambda)^{(t-k)} \frac{\partial V_t}{\partial \omega}$$

# 11.6 教師との学習

## Learning with an External Critic (LEC)

教師は生徒の行動を見て生徒を正すことができ、特別な外部報酬を与える

$$r_c(t) = \begin{cases} R_c & \text{if YES} \\ -R_c & \text{if NO} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

もし、次のような事になると

$$Q(x, u) < 0 \quad \text{and} \quad YES$$

or

$$Q(x, u) > 0 \quad \text{and} \quad NO$$

その状態は矛盾した状態と考えられる

# Learning by Watching (LBW)

生徒が教師の行動の効果を見ていて  
その行動を理解するが報酬はでない

エージェントのスイッチによる動作

行動 (act)

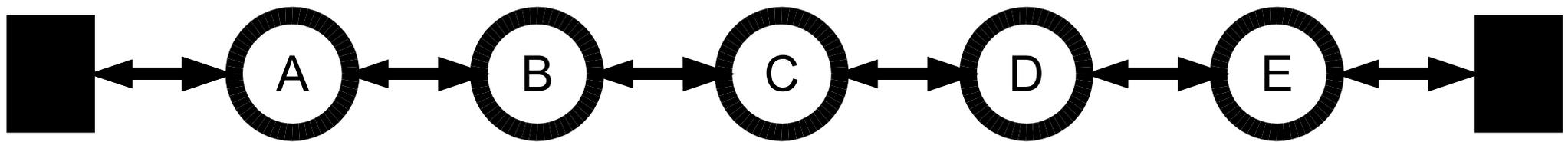
Q 学習

観測 (observe)

教師の行動と状態のペアの流れを解釈

教師の決定と一致する場合 ⇒ 報酬増大  
一致しない場合 ⇒ 報酬減少

# An Abstract Model of Teaching



random walk

# 11.7 部分観測マルコフ決定過程

## 状態観測

- ・ノイズやセンサの能力により不十分
- ・ **MDP** は完全観測の数理モデル

**PO-MDP ( Partially Observable MDP:**  
部分観測マルコフ決定過程)

- ・状態観測に不確実性を考慮した拡張 **MDP**

# Perceptual Aliasing 問題

不確実な状態観測によって起こる問題

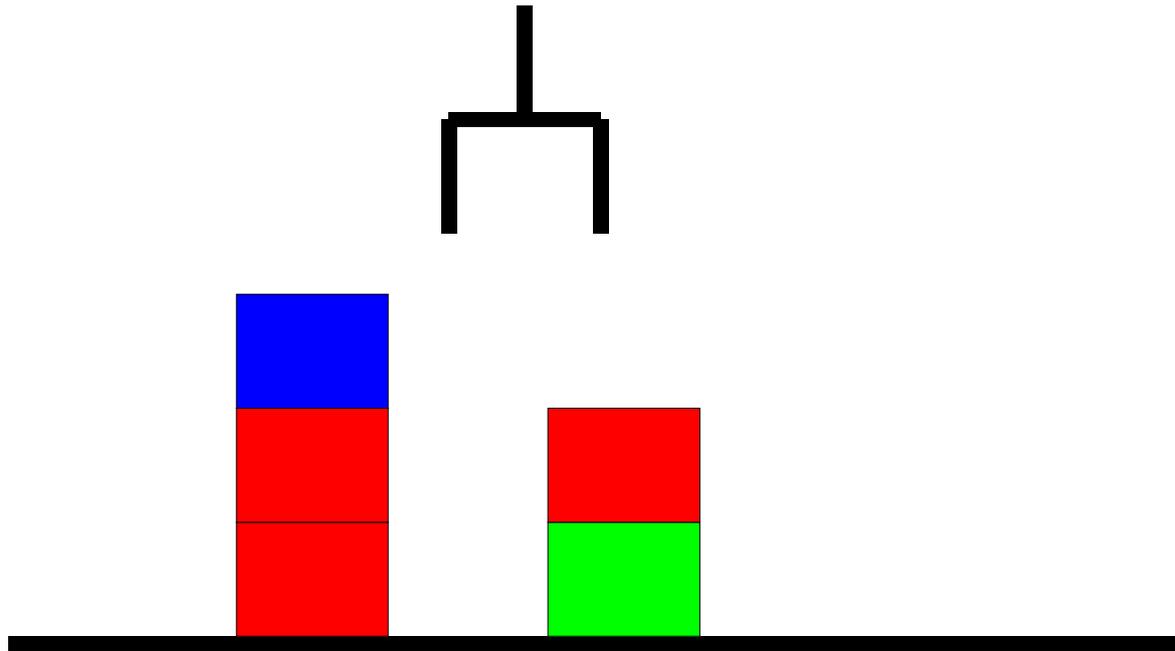
- 状態の混合
- 正しい方策を導く事ができない

解決案

- 状態を区別してモデルから削除
- 明白になるまで状態空間記述を拡張

# 11.7.1 悪い状態を回避

例：カラーブロック問題



# 11.7.2 時間順序からの学習

## 事例に基づく強化学習

- ・ 経験を事例として履歴に記録
- ・ 履歴から行動を決定

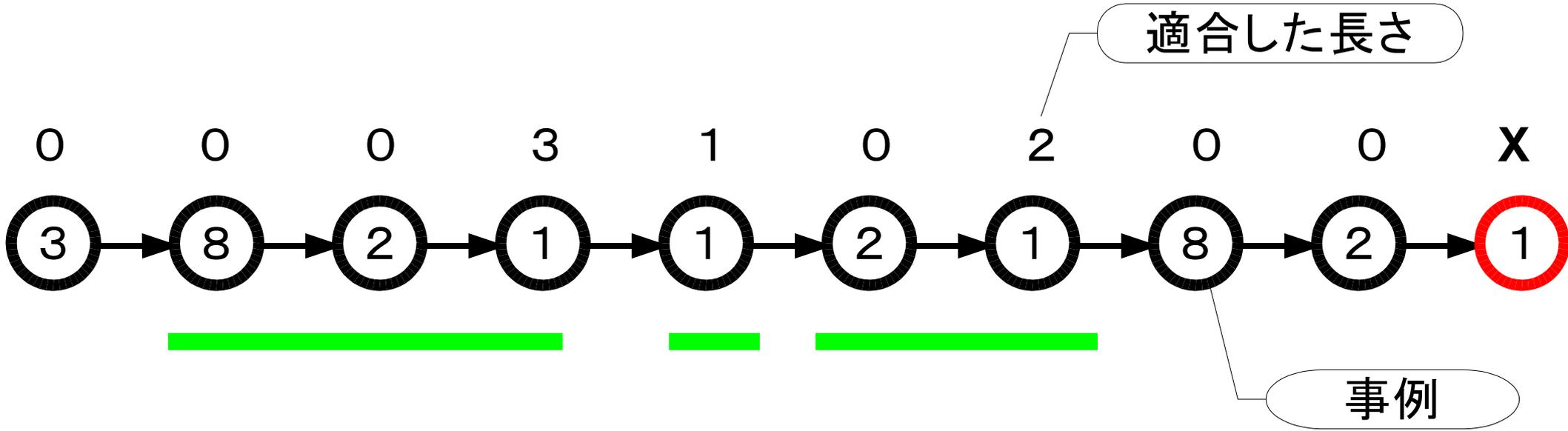
事例:  $x_t$

$o_t$  : 観測された状態

$a_t$  : 行動

$r_t$  : 受け取った報酬

# Nearest Sequence Memory



ここでは最近傍は適合した長さ

# Nearest Sequence Memory

1. 履歴からもっとも似ている順序を $k$ 個見つける
2. 見つけた順序の最後の事例に投票
3. 投票者の価値を平均し、新しい  $Q$  値を計算
4. 投票数をもっとも多い行動を選択するか  
(3で求めた  $Q$  値が一番高い行動を選択)  
、またはランダムに選択する
5. その行動を実行し、新しい状況観測と報酬を記録する
6.  $Q$  値の更新 ( $Q$  学習と同じ)

# 11.7.3 状態価値を区別する

履歴の長さはそのぐらいがいいのか？

- ・長いものより短くて有効性あるものが良い
- ・上記の逆

ここでの目的

同程度の有効性を持つ区分に分ける

# Utile Suffix Memory

## 特徴

- ・履歴は木構造
- ・枝の長さは必要に応じて可変長

事例:  $T_t = \langle T_{t-1}, u_{t-1}, o_t, r_t \rangle$

葉ノード(状態):  $x = L(T)$

事例参照:  $\tau(x)$

## Q の更新

$$Q(x, u) \leftarrow R(x, u) + \gamma P(x' | x, u) U(x')$$

## 収益

$$R(x, u) = \frac{\sum_{T_i \in \tau(x, u)} r_i}{|\tau(x, u)|}$$

## 確率

$$P(x' | x, u) = \frac{|\{T_i \in \tau(x, u) \text{ s.t. } L(T_{t+1}) = x'\}|}{|\tau(x, u)|}$$